

科目：微積分 適用：土木系二

編號：321

考生注意：

1. 依次序作答，只要標明題號，不必抄題。
2. 答案必須寫在答案卷上，否則不予計分。
3. 限用藍、黑色筆作答；試題須隨卷繳回。

本試題

共 / 頁

第 / 頁

計算題（每題 10 分，共 10 題，請依題號將計算過程答案寫在答案卷上。）

1. 求極限值，(a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x}{x^3 - 2x^2}$ ，(b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^{x^2}$ 。

2. (a) 求導數  $\frac{dy}{dx}$ ，其  $y = \frac{3x^3 + 5x^2 + 2}{x^2}$ ，(b) 求  $f_x(1,1)$  和  $f_y(1,1)$ ，其

$$f(x, y) = y - e^{xy^2} + \sqrt{x^2 + 1}。$$

3. 求定積分 (a)  $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos x dx$ ，(b)  $\int_0^1 x \sqrt{9x^2 + 18} dx$ 。

4. 求出兩正數  $a, b$ ，使得  $a + b = 30$  且  $ab^4$  為極大值。

5. 求積分 (a)  $\int e^{-x} \cos 2x dx$ ，(b)  $\int \frac{x}{(x+1)^2} dx$ 。

6. 判斷下列級數收斂或發散，並寫出你用何種方法與如何判斷：(a)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{4k+1}$ ，

(b)  $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{k}{3k+100}\right)^k$ 。

7. 求展開  $\ln(1 - 2x^2)$  於  $x$  之冪級數，並指出收斂區間。（可利用幾何級數之和）。

8. 畫出曲線  $r = 1 + \cos \theta$ ，並求出所圍成區域之面積。

9. 求出  $f(x, y, z) = \sin xy + \ln xz + z$  沿著  $\mathbf{r}(t) = e^t \mathbf{i} + t^2 \mathbf{j} + \mathbf{k}$  對  $t$  之變化率。

10. 求  $\int_0^1 \int_y^1 e^{x^2} dx dy$ ，先畫出積分區域  $\Omega$ ，然後改變積分順序。