

科目：統計學 適用：經濟系三、財金系三

編號：723、742

考生注意：

1. 依次序作答，只要標明題號，不必抄題。
2. 答案必須寫在答案卷上，否則不予計分。
3. 限用藍、黑色筆作答；試題須隨卷繳回。

本 試 題
共 2 頁
第 1 頁

(1) 假設 A 與 B 兩事件獨立，回答以下問題。(a) 寫出 A 與 B 兩事件獨立的數學定義；(b) 證明 A 與 B^c (B 的補集) 獨立；(c) 證明 A^c 與 B^c 獨立。(各 5 分，共 15 分)

(2) 隨機變數 X_1, X_2 的聯合機率為： $f(x_1, x_2) = \begin{cases} c, 0 \leq x_1 \leq 2, 0 \leq x_2 \leq 2 \\ 0, \text{otherwise} \end{cases}$ 。回答

以下問題。(a) 求 c 的值；(b) 求 X_1 的邊際機率；(c) 求 X_1 的期望值與變異數；(d) 判斷 X_1, X_2 是否獨立；(e) 計算 $E(X_2 | X_1)$ 。(各 5 分，共 25 分)

(3) 說明中央極限值定理(Central Limit Theorem)。(10 分)

(4) 已知一個二項分配的期望值為 20，變異數為 16，求該分配的參數 n 與 p 的值。(10 分)

(5) 假設隨機變數 X 的機率函數為 $f(x) = 2\left(\frac{1}{3}\right)^x$, $x = 1, 2, 3, \dots$ ，試求： $E(X)$ 與 $Var(X)$ (10 分)

(6) 假設 X_1, X_2, \dots, X_n 為隨機樣本滿足 $E(X_i) = \mu$, $Var(X_i) = \sigma^2$, $\forall i = 1, 2, \dots, n$ 。令 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ，回答以下問題。(a) 證明 \bar{X} 是 μ 的不偏估計；(b) 求 $Var(\bar{X})$ 。(各 5 分，共 10 分)

(7) 假設隨機變數 X_1 與 X_2 獨立，且 $E(X_1) = E(X_2) = \mu$, $Var(X_1) = 2Var(X_2)$ 。

科目：統計學 適用：經濟系三、財金系三

編號：723、742

考生注意：

1. 依次序作答，只要標明題號，不必抄題。
2. 答案必須寫在答案卷上，否則不予計分。
3. 限用藍、黑色筆作答；試題須隨卷繳回。

本 試 題

共 2 頁

第 2 頁

令 $Y = k_1 X_1 + k_2 X_2$ ，回答以下問題。(a) 找出 k_1 與 k_2 的條件使 Y 為 μ 的不偏估計；(b) 找出 k_1 與 k_2 的值使 Y 是 μ 的不偏估計且具有最小變異數。(各 10 分，共 20 分)