

科目：統計學 適用：經濟系三、財金系三

編號：723、742

考生注意：

1. 依次序作答，只要標明題號，不必抄題。
2. 答案必須寫在答案卷上，否則不予計分。
3. 限用藍、黑色筆作答；試題須隨卷繳回。

本 試 題  
共 2 頁  
第 1 頁

(1) 假設  $A$  與  $B$  兩事件獨立，回答以下問題。(a) 寫出  $A$  與  $B$  兩事件獨立的數學定義；(b) 證明  $A$  與  $B^c$  ( $B$  的補集) 獨立；(c) 證明  $A^c$  與  $B^c$  獨立。(各 5 分，共 15 分)

(2) 隨機變數  $X_1, X_2$  的聯合機率為： $f(x_1, x_2) = \begin{cases} c, & 0 \leq x_1 \leq 2, 0 \leq x_2 \leq 2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ 。回答

以下問題。(a) 求  $c$  的值；(b) 求  $X_1$  的邊際機率；(c) 求  $X_1$  的期望值與變異數；(d) 判斷  $X_1, X_2$  是否獨立；(e) 計算  $E(X_2 | X_1)$ 。(各 5 分，共 25 分)

(3) 說明中央極限值定理(Central Limit Theorem)。(10 分)

(4) 已知一個二項分配的期望值為 20，變異數為 16，求該分配的參數  $n$  與  $p$  的值。(10 分)

(5) 假設隨機變數  $X$  的機率函數為  $f(x) = 2\left(\frac{1}{3}\right)^x$ ,  $x = 1, 2, 3, \dots$ ，試求： $E(X)$  與  $Var(X)$  (10 分)

(6) 假設  $X_1, X_2, \dots, X_n$  為隨機樣本滿足  $E(X_i) = \mu$ ,  $Var(X_i) = \sigma^2$ ,  $\forall i = 1, 2, \dots, n$ 。令  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ，回答以下問題。(a) 證明  $\bar{X}$  是  $\mu$  的不偏估計；(b) 求  $Var(\bar{X})$ 。(各 5 分，共 10 分)

(7) 假設隨機變數  $X_1$  與  $X_2$  獨立，且  $E(X_1) = E(X_2) = \mu$ ,  $Var(X_1) = 2Var(X_2)$ 。

科目：統計學 適用：經濟系三、財金系三

編號：723、742

考生注意：

1. 依次序作答，只要標明題號，不必抄題。
2. 答案必須寫在答案卷上，否則不予計分。
3. 限用藍、黑色筆作答；試題須隨卷繳回。

本 試 題

共 2 頁

第 2 頁

令  $Y = k_1 X_1 + k_2 X_2$ ，回答以下問題。(a) 找出  $k_1$  與  $k_2$  的條件使  $Y$  為  $\mu$  的不偏估計；(b) 找出  $k_1$  與  $k_2$  的值使  $Y$  是  $\mu$  的不偏估計且具有最小變異數。(各 10 分，共 20 分)