

科目：微積分 適用：資管系二

編號：231

考生注意：1. 依次序作答，只要標明題號，不必抄題。
2. 答案必須寫在答案卷上，否則不予計分。
3. 試題隨卷繳回。

本試題
共 2 頁
第 1 頁

1. Let $f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & -1 \leq x \leq 1 \\ 1, & 1 < x < 3 \\ 2x-5, & 3 \leq x \leq 5 \end{cases}$. Find $g(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$. (15%)

2. Find the derivatives of functions
(i) $f(x) = x^{a^x} + a^{x^a} + a^{a^x}$; (5%)
(ii) $(\tan x)^{\sec x}$. (5%)

3. Find $H'(e)$ given that

$$H(x) = \ln x \cdot \int_{e^x}^{x^2} [(\ln t)^2 - \ln t \cdot H'(\sqrt{t})] dt. (15\%)$$

4. Let

$$A(t) = \frac{1}{2} \cosh t \sinh t - \int_1^{\cosh t} \sqrt{x^2 - 1} dx.$$

Show that $A(t) = \frac{1}{2}$ for all $t \geq 0$. (15%)

5. Find the definite integrals

(i) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$; (7%)

(ii) $\int_0^2 \frac{dx}{4+x^2}$. (8%)

科目：微積分 適用：資管系二

編號：231

考生注意：1. 依次序作答，只要標明題號，不必抄題。
2. 答案必須寫在答案卷上，否則不予計分。
3. 試題隨卷繳回。

本試題
共 2 頁
第 2 頁

6. Evaluate the following integrals

(i) $\int_0^{\infty} e^{-2x} dx$; (5%)

(ii) $\int_{-2}^1 \frac{dx}{x^{4/5}}$. (10%)

7. Minimize the function $f(x, y) = x^2 + (y-2)^2$ subject to the side condition $x^2 - y^2 = 1$
(Hint: Consider the Lagrange multiplier). (15%)