

科目：微積分 適用：資管系二

編號：231

考生注意：1. 依次序作答，只要標明題號，不必抄題。  
 2. 答案必須寫在答案卷上，否則不予計分。  
 3. 試題隨卷繳回。

本試題  
共 2 頁  
第 1 頁

1. Let  $f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & -1 \leq x \leq 1 \\ 1, & 1 < x < 3 \\ 2x-5, & 3 \leq x \leq 5 \end{cases}$ . Find  $g(x) = \int_{-1}^x f(t)dt$ . (15%)

2. Find the derivatives of functions  
 (i)  $f(x) = x^{a^a} + a^{x^a} + a^{ax}$ ; (5%)  
 (ii)  $(\tan x)^{\sec x}$ . (5%)

3. Find  $H'(e)$  given that

$$H(x) = \ln x \cdot \int_{e^x}^{x^2} [(\ln t)^2 - \ln t \cdot H'(\sqrt{t})] dt. (15\%)$$

4. Let

$$A(t) = \frac{1}{2} \cosh t \sinh t - \int_1^{\cosh t} \sqrt{x^2 - 1} dx.$$

Show that  $A(t) = \frac{1}{2}$  for all  $t \geq 0$ . (15%)

5. Find the definite integrals

(i)  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ ; (7%)

(ii)  $\int_0^2 \frac{dx}{4+x^2}$ . (8%)

科目：微積分 適用：資管系二

編號：231

考生注意：1. 依次序作答，只要標明題號，不必抄題。  
2. 答案必須寫在答案卷上，否則不予計分。  
3. 試題隨卷繳回。

本試題  
共 2 頁  
第 2 頁

6. Evaluate the following integrals

(i)  $\int_0^{\infty} e^{-2x} dx$ ; (5%)

(ii)  $\int_{-2}^1 \frac{dx}{x^{4/5}}$ . (10%)

7. Minimize the function  $f(x, y) = x^2 + (y-2)^2$  subject to the side condition  $x^2 - y^2 = 1$   
(Hint: Consider the Lagrange multiplier). (15%)