

# 國立暨南國際大學九十三年度碩士班研究生入學考試試題

第 3 節微積分 適用：(國企所一般生 313 )

(本試題共 2 頁，第 / 頁)

考生注意：1. 依次序作答，只要標明題號，不必抄題。  
2. 答案必須寫在答案卷上，否則不予計分，並限以藍黑色筆作答。  
3. 試題隨卷繳回。(餘請詳閱試場規則)

注意：

- 請將答案寫在答案卷上，並將題號標示清楚。
- 第一大題與第二大題為簡答題，第三大題與第四大題為計算題，簡答題只需寫出答案，計算題需寫出計算過程。

第一大題：請回答下列問題。(每小題 5 分，共 30 分。)

(1.a) 若  $f(x) = x^3 + 2x$ ，求  $f(x)$  在  $x=0$  的導函數值， $\frac{df(x)}{dx} \Big|_{x=0} = ?$

(1.b) 若  $f(x) = (x^3 + 1)^{4x+1}$ ，求  $\frac{df(x)}{dx} \Big|_{x=0} = ?$

(1.c) 若  $g(x) = x^2 + 1$ ， $h(x) = \frac{1}{x^{100} + x + 1}$ ，且  $f(x) = g(h(x))$ ，求  $\frac{df(x)}{dx} \Big|_{x=0} = ?$

(1.d)  $\int_0^1 (x^3 + 1) dx = ?$

(1.e)  $\int_1^2 x^{-1} dx = ?$

(1.f)  $\int_0^1 xe^{-x} dx = ?$

第二大題：若  $y = f(x) = x^4 - 8x^2 + 1$ ，請回答下列問題。(每小題 5 分，共 20 分。)

- 求  $y = f(x)$  的相對極大值與相對極小值。
- 找出  $y = f(x)$  上凹 (concave up) 與下凹 (concave down) 的範圍。
- 請將  $y = f(x)$  所代表的圖形畫在平面座標上(此圖必須包含 (2.a) 與 (2.b) 所得的訊息)
- 求曲線  $y = f(x)$  與  $x$  軸在  $x=0$  與  $x=1$  之間所圍出的面積。

考生注意: 1. 依次序作答, 只要標明題號, 不必抄題。  
 2. 答案必須寫在答案卷上, 否則不予計分, 並限以藍黑色筆作答。  
 3. 試題隨卷繳回。(餘請詳閱試場規則)

第三大題: 若  $z = f(x, y) = x^4 + y^4 + 4xy + 1$ , 回答下列問題。(前四小題每題 5 分, 第五小題 10 分, 共 30 分)

(3.a) 求  $f(x, y)$  在  $(x, y) = (1, 1)$  對  $x$  的偏微分値,  $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \Big|_{(x, y) = (1, 1)} = ?$

(3.b)  $\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y \partial x} \Big|_{(x, y) = (0, 1)} = ?$

(3.c)  $\int_0^1 \int_0^1 f(x, y) dx dy = ?$

(3.d)  $\int_0^1 \int_0^1 f(x, y) dy dx = ?$

(3.e) 求  $z = f(x, y)$  的相對極大值與相對極小值。

第四大題: 請敘述並證明下列定理或方法, 若只敘述而無證明會部份給分。(每小題 10 分, 共 20 分)

(4.a) 敘述並證明微積分基本定理。 (Fundamental Theorem of Calculus)

(4.b) 敘述牛頓法並證明其數學原理。 (Newton's Method)