

考生注意: 1. 依次序作答, 只要標明題號, 不必抄題。

2. 答案必須寫在答案卷上, 否則不予計分, 並限以藍黑色筆作答。

3. 試題隨卷繳回。(餘請詳閱試場規則)

1. 若隨機變數 X 服從平均值為 3, 變異數為 σ^2 的常態分配 (也就是說, $X \sim N(3, \sigma^2)$), 倘若 $Pr(3 < X < 6) = 0.4$, 那麼 $Pr(X < 0)$ 為何?(5%)

2. 街道上有三個路口, 各有紅綠燈號誌一組。若各路口的燈號是獨立的, 且紅燈與綠燈所出現的時間是相同的。此時如果 X 是遇到紅燈之前所通過的路口數目, 則請問 X 的機率密度函數 (Density Function) 為何?(5%) 並且請計算 $Pr(2 \leq X < 3)$ 的機率值 (5%)。

3. 假設某一個隨機變數 x 的機率密度函數 (Density Function) 如下:

$$f(x) = \begin{cases} k(4x - 2x^2) & , 0 \leq x \leq 2, \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases}$$

則請問 k 值為何?(5%)

4. 隨機抽取埔里的五個家庭, 得其所得與支出的資料如下:

表 1: 埔里地區的五個家庭之所得與支出

家庭	A	B	C	D	E
所得 X	25	30	45	50	40
支出 Y	28	26	40	49	38

請求取 Y 對於 X 的迴歸方程式 (5%), 並且解釋截距與斜率所代表的意義 (5%), 最後再驗證誤差項之和是否為零 (5%)。

5. 假設某二元的隨機變數 (x, y) 的聯合機率密度函數 (Joint Density Function) 如下:

$$f(x, y) = \begin{cases} -x^2 + \frac{xy}{3} & , 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases}$$

請問 (x, y) 的分配函數 (Distribution Function) 為何?(5%) 並且請計算 $Pr(x + y > 1)$ 與 $Pr(y > x)$ 兩個機率值。(10%)

6. 假設 X 與 Y 兩隨機變數相互獨立, 並且兩變數都服從標準常態分配 (即平均值為 0, 變異數為 1 的常態分配), 倘若 $Z = X^2 + Y^2$, 請證明隨機變數 Z 服從自由度為 2 的卡方分配。(10%)

- 考生注意: 1. 依次序作答, 只要標明題號, 不必抄題。
2. 答案必須寫在答案卷上, 否則不予計分, 並限以藍黑色筆作答。
3. 試題隨卷繳回。(檢閱詳閱試場規則)

7. 假設有五個相互獨立的電子元件, 每個元件的壽命記為 $X_k, k = 1, 2, 3, 4, 5$ 且都服從以下的機率密度函數(Density Function):

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & , X \geq 0 \\ 0 & , X < 0 \end{cases}$$

其中, λ 為常數。倘若把這五個電子元件加以串聯, 而形成一個電子產品的話, 那該電子產品的平均壽命為何?(10%) 此外, 如果改為並聯的話, 那平均壽命又會如何呢?(10%)
(提示: 串聯是指 $Z = \min(x_1, x_2, \dots, x_5)$, 並聯則是指 $Z = \max(x_1, x_2, \dots, x_5)$)

8. 太平洋某一小島上, 培養著一號與二號兩種實驗性的茭白筍。研究者為了測定兩種實驗性茭白筍所含的營養成份, 便分別進行抽樣。其中, 一號茭白筍抽樣 10 次, 得其樣本變異數為 1.621, 二號茭白筍抽樣 5 次, 得其樣本變異數為 0.135。請在顯著水準 0.05 之下, 判定一號茭白筍的變異程度是否高於二號茭白筍呢?(5%) ($F_{0.025}(9, 4) = 8.90, F_{0.025}(10, 5) = 6.62, F_{0.05}(9, 4) = 6.00, F_{0.05}(10, 5) = 4.74$)

9. 假設隨機變數 X 的機率密度函數(Density Function) 如下:

$$f(x) = \begin{cases} AX^2 + BX & , 0 \leq X \leq 1 \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases}$$

倘若 $E(X) = 0.5$, 則常數 A, B 分別為何?(5%)

10. 若隨機變數 X 與 Y 的聯合機率密度函數(Joint Density Function) 如下:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}X(1+3Y^2) & , 0 \leq X < 2, 0 \leq Y < 1 \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases}$$

請問 $E(Y)$ 與 $E(\frac{Y}{X})$ 分別為何?(10%)

題

題