

科目：統計學 適用：國企所商管組 國企所理工組

編號：312 322

考生注意：

1. 依次序作答，只要標明題號，不必抄題。
2. 答案必須寫在答案卷上，否則不予計分。
3. 限用藍、黑色筆作答；試題須隨卷繳回。

本 試 題  
共 2 頁  
第 1 頁

\*\*\* 可能用到的函數值與分配值附在題目的最後。

\*\*\* 每一題均為計算題，請寫下計算過程。

1. (10%) 敘述並證明謝比雪夫不等式 (Chebyshev's inequality)。

2. (15%) 已知 T 縣的 50 萬人口中，平均年齡為 40 歲，標準差為 15，且其年齡分配不為對稱分配。今某甲在這 50 萬人中隨機抽 4 人，得出此 4 人年齡的平均值為  $\bar{x}_1$ 。某乙則在這 50 萬人中隨機抽 100 人，得出此 100 人年齡的平均值為  $\bar{x}_2$ 。請回答下列問題，並說明你所使用的數學定理。

(2.1) 求  $\bar{x}_1$  介於 20 歲至 60 歲機率的下界。

(2.2) 求  $\bar{x}_2$  小於或等於 37 歲的近似機率。

3. (10%) 某法院陪審團由 3 位成員組成，若 3 位成員中，有 2 人或 3 人認為被告有罪則被告將被宣判有罪。假設每個陪審員判有罪的人為無罪的機率為  $a\%$ ，判無辜的人為有罪的機率為  $b\%$ ，且每位陪審員獨立審判。假設被告中有  $c\%$  的人有罪，請問此陪審團作出錯誤判決的機率？(請用  $a, b, c$  表示答案。)

4. (15%) 袋中有 5 個球，其中有  $X$  個紅球  $5-X$  個白球，某甲為了估計紅球個數，以每次抽取一球再放回的方法隨機抽取三個球，得到一個紅球兩個白球。

(4.1) 請用最大概似法估計  $X$ 。

(4.2) 請驗證上述 (4.1) 之最大概似估計量是否為不偏。若否，請給出一個不偏估計量。

科目：統計學 適用：國企所商管組 國企所理工組

編號：312 322

考生注意：

1. 依次序作答，只要標明題號，不必抄題。
2. 答案必須寫在答案卷上，否則不予計分。
3. 限用藍、黑色筆作答；試題須隨卷繳回。

本試題  
共 2 頁  
第 2 頁

5. (15%) 某廠商想了解市場上對於其新產品的接受度，於是在消費市場中隨機抽出 100 個樣本作訪查，在 40 位男性受訪人中，20 人表示喜歡該新產品，60 位女性受訪人中，40 人表示喜歡該新產品。

(5.1) 在顯著水準為 0.05 下，檢定該新產品的接受度是否受到性別的影響。

(5.2) 請計算出此消費市場接受該新產品比例的 96% 信賴區間。

6. (10%) 某經濟學家想了解家庭所得(Y)如何受到教育年數(X)的影響，於是考慮一個特殊的線性模型： $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ ， $i = 1, 2, \dots, n$ ， $\varepsilon_i$  i.i.d.  $N(0, \sigma^2)$ 。請導出  $\beta$  之最小平方估計量，並導出此估計量之分配。

7. (15%) 某市調公司按三種廣告方式分類的小母體中，獨立隨機各觀察 100 家商店，得到的銷售資料為：

$$\sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^{100} (x_{ij} - \bar{x})^2 = 30700, \quad \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^{100} (\bar{x}_i - \bar{x})^2 = 1000, \quad \text{其中 } x_{ij}, \quad i=1, 2, 3, \quad j=1, 2, \dots, 100,$$

代表第  $i$  個廣告分類下第  $j$  家商店的銷售額， $\bar{x}_i = \sum_{j=1}^{100} x_{ij} / 100$ ，且  $\bar{x} = \sum_{i=1}^3 \bar{x}_i / 3$ 。

請根據此資料作出一個完整的變異數分析表，並在顯著水準為 0.05 下，檢定廣告方式是否影響銷售額。

8. (10%) 請解釋下列三種抽樣方法：簡單隨機抽樣，分層隨機抽樣與分群隨機抽樣，並討論此三種抽樣方法的適用條件。(可以用舉例的方式說明與討論。)

已知的函數值與分配值：

$$\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx = 0.48, \quad \chi_{0.05}^2(2) = 5.99, \quad F_{0.05}(3, 2) = 19.16, \quad F_{0.05}(2, 2) = 19.00$$