

科目：微積分 適用：國企所商管組 國企所理工組

編號：313 323

考生注意：

1. 依次序作答，只要標明題號，不必抄題。
2. 答案必須寫在答案卷上，否則不予計分。
3. 限用藍、黑色筆作答；試題須隨卷繳回。

本試題

共 / 頁

第 / 頁

1. 請敘述且證明微積分基本定理 (Fundamental Theorem of Calculus) (10%)。

2. 請證明 $\frac{d}{dx} \sinh^{-1} x = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, |x| \geq 1$ (10%)。3. 已知 $y^x = x^y$ ，請計算 $\frac{dy}{dx}$ (必須說明過程) (10%)。4. 請將 $f(x) = (x+5) + \frac{16}{x+4}$ 畫在直角平面坐標上，並且在圖中標明坐標位置、凹凸性，以及漸近線的所在 (10%)。

5. 請計算以下的積分 (須詳細說明過程，否則不予計分)

(a) $\int \frac{1}{3+\cos x} dx$ (10%)。(b) $\int_0^\infty \exp(x^2) dx$ (10%)。(c) $\iint_R x \exp(y^2) dA$ ，其中 R is the area by $x^2 = y, x = 0, y = 3$ (10%)。(d) $\iint_R \ln(x^2 + y^2) dA$ ，其中 $R = \{(x, y) | 3 \leq x^2 + y^2 \leq e^2\}$ (10%)。6. 請問 $\sum_{k=1}^\infty k \cdot \exp(-k)$ 的斂散性為何？(必須加以說明) (10%)。7. 請藉由 Taylor's Theorem 來證明 $\sin(a+b) = \sin(a) \cdot \cos(b) + \sin(b) \cdot \cos(a)$ (10%)。