科目：微積分 適用：土木系二

編號：321

考生注意：
1.依次序作答，只要標明題號，不必抄題。
2.答案必須寫在答案卷上，否則不予計分。
3.限用藍、黑色筆作答；試題須隨卷繳回。

本試題共 1 頁 第 1 頁

一、填充題（每題 7 分，共 7 題，請依題號將答案寫在答案卷上，可不必寫計算過程。）

1. 求極限值 $\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{\ln(1+x)}-\frac{1}{x}\right]=$ ______。

2. 求導數 $\frac{dy}{dx}$，$y=\sqrt[3]{\frac{2+3x}{2-3x}}$ = ______。

3. 求定積分 $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x\sqrt{x}+x}}\,dx$ = ______。

4. 求出兩曲線 $r=1-\cos\theta$ 與 $r=\sin\theta$ 之交點，並以直角座標表示 = ______。(可能不只一點)。

5. 求冪級數 $\sum\frac{5^k}{k}x^k$ 之收斂區間 = ______。

6. 求 $f$ 之泰勒級數展開式，$f(x)=e^{-2x}$ 在 $(x+1)$ 之冪次= ______。

7. 求 $f(x,y,z)=x^2y+y^2z+z^2x$ 之方向導數，其在點 $(1,0,1)$ 上，朝向點 $(1,3,0)$。= ______。

二、計算題（第 1~4 題 10 分，第 5 題 11 分，請寫必要計算過程。）

1. 證明 $f(x)=x^3-2x+1, -2\le x\le 3$, 滿足均值定理之假設，並求定理結論指定之 $c$ 值。

2. 求不定積分 $\int x^2(2x-1)^{-7}\,dx$。

3. 一矩形盒其三面在座標面($xy, yz, zx$ 面)上，且其一頂點在第一八分區(the first octant)之拋物面 $z=4-x^2-y^2$ 上，求此矩形盒之最大體積。

4. 求 $\iint_\Omega (x+y)\,dxdy$，$\Omega$ 是平行四邊形由 $x-y=0, x-y=\pi, x+2y=0, x+2y=\frac{1}{2}\pi$, 所圍成。

5. 畫出由曲線 $y=x, y=2-x^2, 0\le x\le 1$. 圍成之區域，求出此區域之形心與此區域各別繞兩座標軸所產生之體積。