

科目：微積分 適用：經濟系二 經濟系三

編號：222 722

考生注意：

1. 依次序作答，只要標明題號，不必抄題。
2. 答案必須寫在答案卷上，否則不予計分。
3. 限用藍、黑色筆作答；試題須隨卷繳回。

 本試題
共 1 頁
第 1 頁

1. 以下是某生利用 the L'Hopital's Rule 計算極限的過程，顯然他犯了一些錯誤，請你指出錯誤的地方

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x + 1}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x - 2}{2x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6}{2} = 3 \quad (10\%)$$

2. 試求下列函數的微分

a) $f(x) = x^{x^2} \quad (10\%)$

b) $g(x) = \sin(\ln x) \quad (5\%)$

3. 試求常數 a 的值，使極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^x - x}{x^2}$ 存在，並求此極限。 (10%)

4. $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$

- 求 (x, y) 沿 $x = y$ 直線趨近 $(0, 0)$ 時 $f(x, y)$ 之極限。 (5%)
- 求 (x, y) 沿 x 軸趨近 $(0, 0)$ 時 $f(x, y)$ 之極限。 (5%)
- 能否定義 $f(0, 0)$ 使得 f 在 $(0, 0)$ 連續？ (5%)

5. 若 f 、 g 都是連續函數，而且對所有 $x \geq 0$

$$\int_0^{2x^2} g(t) dt = x^2(1+x)$$

試求 $g(2)$ 之值。 (10%)

科目：微積分 適用：經濟系二 經濟系三

編號：222 722

考生注意：

1. 依次序作答，只要標明題號，不必抄題。
2. 答案必須寫在答案卷上，否則不予計分。
3. 限用藍、黑色筆作答；試題須隨卷繳回。

本試題

共 2 頁

第 2 頁

6. 試解下列不定積分

a. $\int \ln x dx$ 。(5%)

b. $\int \frac{x+2}{x^2-1} dx$ 。(5%)

7. 評估下列積分是否收斂

a. $\int_0^1 x \ln x dx$ 。(5%)

b. $\int_{-\infty}^{\infty} 2xe^{-x^2} dx$ 。(5%)

8. 求下列函數在 1 的 Taylor 級數

$$f(x) = e^x$$
。(10%)

9. 求下列幕級數的收斂半徑和收斂區間

$$f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{2^n} (x+1)^n$$
。(10%)