

科目：微積分 適用：國企所商管組 國企所理工組

編號：313 323

考生注意：

1. 依次序作答，只要標明題號，不必抄題。
2. 答案必須寫在答案卷上，否則不予計分。
3. 限用藍、黑色筆作答；試題須隨卷繳回。

本 試 題
共 / 頁
第 / 頁

各題運算若無計算過程，則不予給分。

1. 函數 $f(x, y)$ 具有 $f(\lambda x, \lambda y) = \sqrt[3]{\lambda} f(x, y)$ 之特性，請問 $\frac{x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y}}{f}$ 為何？(10%)
2. 請求取 $\iint_R (\sqrt{x} - y^2) dA$ ？其中 R 是由 $y = x^2$ 與 $x = y^4$ 在第一象限所圍起來的區域？(10%)
3. (a) 若 $f'(0) = a$ ，則 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(5x) - f(\sin x)}{x}$ ？(5%)
 (b) 若 $f(x) = x^3 \ln x$ ，則 $f^{(n)}(x)$ ？($f^{(n)}(x)$ 為 $f(x)$ 的 n 階導函數) (5%)
4. 請求取 $\int \sin(\ln x) dx$ ？(10%)
5. (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(nx)^n}{n!}$ 的斂散性？(5%)
 (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 5}{\ln(n+1)}$ 的斂散性？(5%)
6. 請求取 $\int \sec x dx$ ？(10%)
7. 已知 $(x^2 + y^3)^6 = x^3 - y^2$ ，請求取 $\frac{dy}{dx}$ ？(10%)
8. 請求取 $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^3 [\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}])$ ？(其中 $[\]$ 為高斯函數)(10%)
9. 某人有現金 \$ 1,000 元，存入年利率 8% 的帳戶裡，請以 1. 月計 2. 季計 的複利計算一次方式，請問一年後的本利和為何？(10%)
10. (a) 請求取 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{2n+1})$ (5%)
 (b) 請證明 $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^p} = \begin{cases} \text{發散} & p \leq 1 \\ \frac{1}{p-1} & p > 1 \end{cases}$ (5%)