

科目：工程數學一(線性代數)

編號：353、362

適用：電機系、電機系(通訊工程)

考生注意：

1. 依次序作答，只要標明題號，不必抄題。
2. 答案必須寫在答案卷上，否則不予計分。
3. 限用藍、黑色筆作答；試題須隨卷繳回。

 本試題
共 / 頁
第 / 頁
(一) (24%, 每小題 4%) Let $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ be a linear transformationand that $T(1, 0)=(2, 7)$, $T(1, 1)=(4, 5)$ (a) What is $T(3, 5)$?(b) What is $T(a^2, b^2)$?(c) If $T(p, q)=(18, 54)$, Find p, q ?(d) Find the null space of T ?(e) Find the range of T ?(f) Is T one-to-one ?

(二) (18%, 每小題 6 %) Consider the following Linear system equation

$$\begin{cases} kx + y + z = 1 \\ x + ky + z = 1 \\ x + y + kz = 1 \end{cases}$$

Determine k condition to make system:

(a) A unique solution

(b) No solution

(c) Infinitely many solutions

(三) (24%, 每小題 3 %) Consider the vector space of all functions of a variable x .Determine the following sets of functions are linear independent or linear dependent .(show details)(a) $\sin x, \cos x$ (b) x, x^2 (c) $x, \sin x$ (d) $\ln(x), \ln(x^4)$ (e) $0, \tan x$ (f) x, x^2, x^3 (g) e^x, e^{-x}, e^{2x} (h) $\sin^2 x, \cos^2 x, \cos 2x$ (四) (34%, (a)~(f) 每小題 4 %; (g)~(h) 每小題 5 %) Let $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{bmatrix}$ and $\det(A)=6$,

Find:

(a) $\det(-A)$ (b) $\det(-2A)$ (c) $\det(A^{-1})$ (d) $\det(2A^{-1})^T$ (e) $\det(\text{adj}(A))$ (f) $\det \begin{bmatrix} a+2p & -x & 3p \\ b+2q & -y & 3q \\ c+2r & -z & 3r \end{bmatrix}$ (g) If $b=c=r=p=x=y=0$, and $a > q > z > 0$, Find a, q, z .(h) If $b=c=r=p=x=y=0$, and $a > q > z > 0$, Find eigenvalues of A .