

科目：統計學

適用：經濟系三、財金系三

考生注意：

1. 依次序作答，只要標明題號，不必抄題。
2. 答案必須寫在答案卷上，否則不予計分。
3. 限用藍、黑色筆作答；試題須隨卷繳回。

編號：623、642

 本 試 題
 共 / 頁
 第 / 頁

(1) 假設 A, B 為非空集合的兩個事件，回答以下問題。(a) 寫出 A 與 B 互斥的數學定義；(b) 證明 A, B 互斥與 A, B 獨立不可能同時存在。(各 5 分，共 10 分)

(2) 盒中有 3 球，標號分別為 1, 2, 3。以不歸還方式取 2 球。若以 X, Y 分別表示第 1 球與第 2 球號碼。(a) 找出 X, Y 的聯合機率；(b) 找出 X 的邊際機率；(c) 找出 X, Y 的共變異數；(d) 根據(c)判斷 X, Y 是否獨立？(各 5 分，共 20 分)

(3) 隨機變數 X, Y 的聯合機率為：
$$f(x, y) = \begin{cases} ce^{-3y} & 0 \leq x \leq y \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$$
。(a) 求 c 的值；(b) 求 X 的邊際機率 $f_X(x)$ ；(c) 給定 $X=1$ ，求 Y 的條件機率 $f(y|X=1)$ ；(d) 求 $E(Y|X=1)$ 的值。(各 5 分，共 20 分)

(4) 有兩個不公正銅板，第一個出現正面機率為 p ，第二個出現正面機率為 q 。隨機抽取一個，丟 n 次，令 N 為出現正面次數。(a) 求 $P(N=x)$ ；(b) 求 $E(N)$ 。(各 10 分，共 20 分)

(5) 假設迴歸模型為：
$$y_i = \beta x_i + e_i, \quad i=1, 2, \dots, n$$
 且滿足所有迴歸假設條件。回答以下問題。(a) 找出 β 的最小平方估計式 $\hat{\beta}$ ；(b) 證明 $\hat{\beta}$ 是 β 的不偏估計式。(各 10 分，共 20 分)

(6) 說明高斯馬可夫定理。(10 分)